



ALGORITMO GENÉTICO APLICADO A PROBLEMAS DE ALOCAÇÃO DE TORRES DE RADIOTRANSMISSÃO

GENETIC ALGORITHM APPLIED TO PROBLEMS OF ALLOCATION OF RADIO TRANSMISSION TOWERS

Miter Mayer de Oliveira Ferreira

Mestre em Pesquisa Operacional e Inteligência Computacional – UCAM
mitmaya@hotmail.com

Ítalo de Oliveira Matias

Doutor em Engenharia Civil – COPPE
itombrpb@gmail.com

Aldo Shimoya

Doutor em Genética e Melhoramento - UFV
aldoshimoya@yahoo.com.br

Eduardo Shimoda

Doutor em Produção Animal – UENF
prof.shimoda@gmail.com

Fábio Freitas da Silva

Doutor em Planejamento Regional e Gestão da Cidade – UCAM
fabio1_freitas@hotmail.com

RESUMO

A Pesquisa Operacional está relacionada a um conjunto de métodos científicos que aplicados a problemas complexos auxiliam o processo de tomada de decisão pela otimização dos recursos. Dentre as aplicações da Pesquisa Operacional está o Problema de Localização de Facilidades. O presente trabalho visa solucionar o problema de localização de torres de transmissão de sinal de internet para o projeto “Cachoeiro Digital” do município de Cachoeiro de Itapemirim – ES. Foi explorado a metaheurística Algoritmos Genéticos (AG), proposta para otimização, com a finalidade de resolver um problema de localização de máxima cobertura (PLMC); problema

clássico de localização e seu objetivo é determinar os locais para instalar facilidades de modo a maximizar a cobertura de clientes. As informações utilizadas neste estudo foram cedidas pela DATACI, empresa pública do município, responsável pela tecnologia da informação e comunicação, idealizadora e mantenedora do referido projeto, que possui entre suas atribuições a construção, ampliação e manutenção da rede metropolitana da cidade. O problema foi modelado para maximizar a área de cobertura do sinal, melhorando o posicionamento das torres de transmissão, utilizando o menor número de facilidades possível. Para tal foi construído um algoritmo utilizando a linguagem PHP, utilizando a metaheurística AG, e a camada de visualização do Google Maps, para apresentação dos resultados. A alocação de torres de transmissão aplicando Algoritmos Genéticos apresentou índices satisfatórios mediante os testes realizados. Os testes apresentaram resultados, gerando soluções com mais de 90% de cobertura das demandas e tempos de processamento abaixo de 5min. Mesmo sendo um município com relevo muito montanhoso, as medianas se mostraram eficientes em relação aos seus posicionamentos, ficando bem próximas ao planejamento ideal. Isso mostra que em municípios de relevo menos acidentado, o aproveitamento será superior.

Palavras-chave: algoritmos genéticos. PLMC. antenas.

ABSTRACT

Operational Research is related to a set of scientific methods that applied to complex problems help the decision-making process by optimizing resources. Among the applications of Operational Research is the Facility Location Problem. This work aims to solve the problem of location of internet signal transmission towers for the project "Cachoeiro Digital" in the municipality of Cachoeiro de Itapemirim - ES. The metaheuristic Genetic Algorithms (AG), proposed for optimization, was explored in order to solve a maximum coverage location problem (PLMC); classic location problem and its objective is to determine the locations to install facilities in order to maximize customer coverage. The information used in this study was provided by DATACI, a public company in the municipality, responsible for information and communication technology, creator and maintainer of the referred project, which has among its attributions the construction, expansion and maintenance of the city's metropolitan network. The problem was modeled to maximize the signal coverage area, improving the positioning of the transmission towers, using the least number of facilities possible. For this purpose, an algorithm was built using the PHP language, using the metaheuristics AG, and the Google Maps visualization layer, to present the results. The allocation of transmission towers using Genetic Algorithms showed satisfactory rates through the tests performed. The tests showed results, generating solutions with more than 90% coverage of demands and processing times below 5min. Even though it is a municipality with a very mountainous relief, the medians proved to be efficient in relation to their positions, being very close to the ideal planning. This shows that in municipalities with less rugged terrain, the use will be higher.

Keywords: genetic algorithms. PLMC. antennas

1 INTRODUÇÃO

A Pesquisa Operacional está relacionada a um conjunto de métodos científicos que aplicados a problemas complexos auxiliam o processo de tomada de decisão com a otimização de recursos. Dentre as aplicações da Pesquisa Operacional está o Problema de Localização de Facilidades, iniciado por Alfred Weber em 1909, cujo objetivo é definir o melhor local para instalar facilidades considerando os clientes que devem ser atendidos sendo sujeitos a restrições, tais como distância, tempo e recursos escassos (HILLIER; LIEBERMAN, 2013).

Problemas de localização têm origem na otimização combinatória e pertencem à classe de problemas NP-Difícil (GAREY; JOHNSON, 1979), pois em sua maioria são considerados altamente complexos e custosos do ponto de vista computacional. Este custo é diretamente proporcional ao número de variáveis do problema que se pretende resolver. Em geral, alguma técnica heurística é empregada na solução destes problemas. O emprego de técnicas heurísticas não garante a obtenção de soluções ótimas, porém, resultados satisfatórios podem ser obtidos com tempo computacional razoável.

O problema de localização de facilidades tem despertado interesse das empresas que no competitivo mercado globalizado buscam obter vantagens estratégicas, reduzindo custos de produção, transporte, armazenagem entre outros e conseqüentemente tornando-a mais competitiva que seus concorrentes, conforme cita Arroyo, Marques e Cortes (2006). Entre as heurísticas propostas encontramos:

- simulated annealing (MURRAY; CHURCH, 1996);
- algoritmos genéticos (LORENA; LOPES, 1997);
- busca tabu (COSTA, 1994);
- GRASP (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure) (RESENDE; WERNECK, 2004);
- VNS (Variable Neighborhood Search) (HANSEN; MLADENOVIC, 1997);

Quando o fator distância demanda x facilidade é determinante para a solução do problema, estes problemas são tratados como sendo Problemas de Localização de Máxima Cobertura (PLMC) (KHUMAWALA, 1973). Entre suas aplicações está o problema de alocação de antenas de transmissão, amplamente utilizado por provedores de internet e outros segmentos das telecomunicações, dentre os quais pode-se citar: projeto de cidades digitais nos municípios, provedores de Internet (ISP), transmissão de rádio e televisão. O posicionamento correto das facilidades otimiza os

recursos disponíveis no projeto, proporcionando eficiência nas transmissões e reduzindo custos de implantação do projeto.

O presente trabalho visa solucionar o problema de localização de torres de transmissão de sinal de internet para o projeto “Cachoeiro Digital” do município de Cachoeiro de Itapemirim – ES. As informações utilizadas neste estudo foram cedidas pela DATACl, empresa pública do município, responsável pela tecnologia da informação e comunicação, idealizadora e mantenedora do referido projeto, que possui entre suas atribuições a construção, ampliação e manutenção da rede metropolitana da cidade.

O trabalho propõe utilizar a metaheurística Algoritmos Genéticos, proposta inicialmente por Holland (1975) para resolver o problema de localização de máxima cobertura não capacitado - PLMC. Esta metaheurística tem sido proposta na resolução de problemas de otimização (LINDEN; 2008). Em problemas de localização não capacitado, não existe obrigação de atendimento a todas as demandas, limitando-se ao raio de atendimento da facilidade.

2 REFERÊNCIAL TEÓRICO

2.1 Antenas

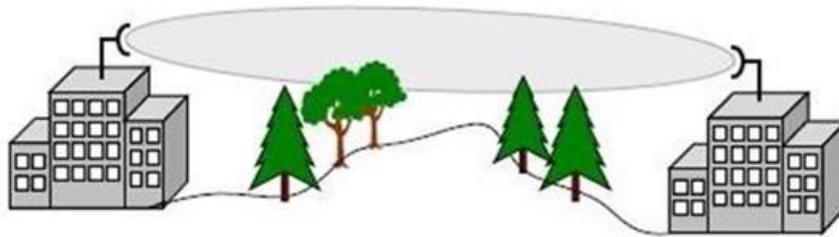
A antena é o elemento radiante que determina se a potência disponível será irradiada em todas as direções ou não, qual ângulo sobre o horizonte e qual o fator de ganho. Pode-se interpretar a antena como sendo um meio “físico imaginário” de conexão entre a torre de transmissão e os pontos de acesso finais, tendo como função a conversão de energia elétrica em eletromagnética e vice-versa. Uma antena pode ser classificada como direcional, omnidirecional ou setorial, dependendo de seu padrão de irradiação (STEVES, 1980).

Uma antena pode ser considerada como um tipo especial de linha de transmissão, a qual irradia ou capta energia. Através da frequência de uma onda é possível classificar dois tipos básicos de ondas, segundo sua propagação: ondas terrestres e ondas espaciais. As ondas terrestres se constituem dos sinais diretos entre o transmissor e o receptor, e de sinais provenientes de ondas refletidas pela terra. Já as ondas espaciais referem-se às ondas terrestres propagadas em direção ao espaço, mas refletidas pela ionosfera ou troposfera de volta à terra. Segundo Vassalo (1979), as ondas eletromagnéticas estão classificadas em quatro formas diferentes de propagação: direta, por reflexão, por difração e por refração.

Pelo fato das antenas utilizarem a frequência de 2.4Ghz e 5.8Ghz, o seu comprimento de onda é muito pequeno fazendo com que qualquer obstáculo atrapalhe em sua transmissão, necessitando-se assim, que os equipamentos de transmissão e de recepção tenham a chamada “visada direta”, que é quando não há nenhum obstáculo físico entre os equipamentos que está transmitindo e o que está recebendo os dados. A Figura 1 apresenta um esquema de visada direta, também chamado de enlace ponto a ponto, interligando dois pontos de demanda. Também é possível

observar que zona de Fresnel está parcialmente obstruída, vindo a interferir na qualidade do sinal.

Figura 1 - Visada direta



Fonte:http://juliobattisti.com.br/tutoriais/paulocfarias/redeswireless004_clip_image004.jpg.

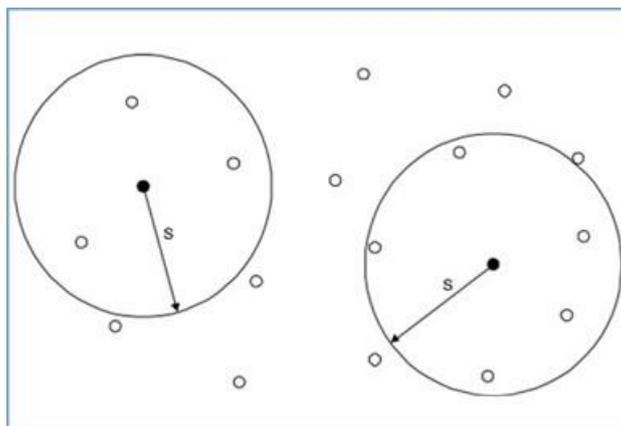
Vale ressaltar que as frequências escolhidas para a realização deste projeto são 2.4Ghz e 5.8Ghz, consideradas como frequências “livres” pela Agência Nacional de Telecomunicações (ANATEL), não havendo a necessidade de nenhum tipo de outorga para a utilização das mesmas. Estas frequências são compatíveis com os padrões IEEE 802.11A, B, G e N, tornando possível o acesso à internet através de qualquer dispositivo móvel como celulares, tablets e notebooks.

Este trabalho considera que cada torre de transmissão (facilidade) instalada tem raio de cobertura de 360° sendo consideradas onidirecionais, irradiando o sinal igualmente em todas as direções, possuindo o mesmo custo e alcance. O problema também considera que dentro do raio de cobertura estabelecido, todos os clientes têm a mesma qualidade de sinal.

2.2 Problemas de Localização

O PLMC é um problema clássico de localização e seu objetivo é determinar os locais para instalar facilidades de modo a maximizar a de cobertura de clientes (demandas), conhecendo a relação cliente x facilidade. O objetivo do PLMC é cobrir áreas de demanda segundo as restrições de um problema. Como restrições para o PLMC pode-se citar: distância ou tempo total de uma viagem entre demanda e facilidade, e também o raio de cobertura de uma antena. Uma demanda é considerada coberta quando atendida por uma facilidade e não coberta caso a facilidade mais próxima a ela esteja localizada a uma distância maior do que seu alcance. O PLMC não faz restrições de capacidade e não exige que todas as áreas de demanda estejam cobertas, conforme Figura 2.

Figura 2 - Exemplo da configuração de um PLMC



Fonte: Próprio autor

Na literatura encontra-se exemplos como o de Adenso-Diaz e Rodriguez (1997) onde foi proposto um problema para distribuição de número limitado de ambulâncias (facilidades), de forma que a maioria da população (demandas) fosse atendida mais rapidamente possível. Church e Reville (1974) propôs o PLMC como uma alternativa aos o SCLP (Set Covering Location Problem) e ao PCP (p-Center Problem). O PLMC tem grande importância prática como, por exemplo, na localização de escolas (PIZZOLATO et al., 2004) e de antenas de telecomunicação (LORENA; PEREIRA, 2002).

A busca pela localização ideal para instalação de pontos de facilidade é um trabalho comum para um problema pequeno com baixo número de demandas, porém, em problemas com alto grau de complexidade, com número de demandas elevado, faz-se necessária a utilização de métodos baseados em heurísticas e metaheurísticas em sua resolução.

2.3 Algoritmos Genéticos

Os Algoritmos Genéticos tiveram seus princípios desenvolvidos por John Holland em 1975, e trata-se de uma heurística de otimização inspirada na evolução biológica. Neste algoritmo, indivíduos competem entre si pela sobrevivência, evoluindo através de gerações. Cada indivíduo tem um grau de aptidão e espera-se que os mais aptos sobrevivam, propagando seu código genético. Após o trabalho de Holland (1975), outros autores deram sequência aos estudos com AG, tornando mais ampla sua pesquisa, dentre os quais podemos citar as contribuições de: GOLDBERG (1989), DAVIS (1991), BEASLEY; BULL; MARTIN (1993), SRINIVAS; PATNAIK (1994), WHITLEY (1994) e MICHALEWICZ (1996). A Figura 3 apresenta o pseudo-código do Evolution Program (EP) proposto por Holland (1975).

Figura 3 - Evolution Program proposto por Holland (1975)

Procedimento EP	
01	$t \leftarrow 0;$
02	Inicializar $P(t);$
03	Avaliar $P(t);$
04	enquanto (critério de parada não for alcançado) faça
05	$t \leftarrow t + 1;$
06	Seleciona $P(t)$ de $P(t - 1);$
07	Altera $P(t);$
08	Avaliar $P(t);$
09	fim enquanto;
10	fim procedimento

Fonte: Próprio autor.

O mecanismo de seleção natural dos AG's está baseado na sua aptidão, para tanto cada indivíduo é representado por um cromossomo que irá determinar a função de aptidão (FA) deste indivíduo. O cromossomo é uma codificação das características do indivíduo, ou seja, uma solução de um problema num espaço de busca. A codificação mais simples utilizada é a codificação binária, onde o cromossomo é representado por uma cadeia sobre o alfabeto $\{0,1\}$.

Baseado no cálculo da FA de cada indivíduo, são implementados métodos de seleção. Um dos métodos de seleção comumente utilizado é o Método da Roleta (MITCHELL, 1997). Neste método, os indivíduos são selecionados através do giro de uma roleta, onde cada setor circular desta roleta representa um indivíduo. Além disto, os setores são espaçados proporcionalmente à FA de cada indivíduo, fazendo com que a probabilidade de escolha de um indivíduo mais apto seja maior.

Novos indivíduos são gerados por um operador de cruzamento, que é a combinação do código genético de um par de indivíduos, previamente selecionado. O cruzamento pode ser de ponto único, de dois pontos, uniforme ou aritmético. Neste processo, inicialmente é escolhido um ponto de cruzamento aleatoriamente, produzindo dois ou mais fragmentos de cromossomo em cada pai. Posteriormente esses fragmentos são intercalados, formando dois novos indivíduos. Nesta pesquisa foi utilizado cruzamento de um ponto, onde a série binária desde o começo do cromossoma até o ponto de cruzamento é copiada do primeiro pai e o resto copiado do outro pai. Um operador de mutação é aplicado após o processo de cruzamento, que consiste na possível alteração aleatória de um gene do novo indivíduo gerado. Este operador pode provocar mudanças nas soluções dos indivíduos, evitando que os mesmos caiam em mínimos (ou máximos) locais (LINDEN, 2008).

Os principais parâmetros utilizados pelos AG's são (LINDEN, 2008):

- Tamanho da população: quantidades de indivíduos que será utilizado;
- Taxa de cruzamento: quantidade de novos indivíduos criados a cada interação;

- Taxa de mutação: quantidade de mutações aplicadas;
- Intervalo de geração: porcentagem da população que será substituída durante a próxima geração.

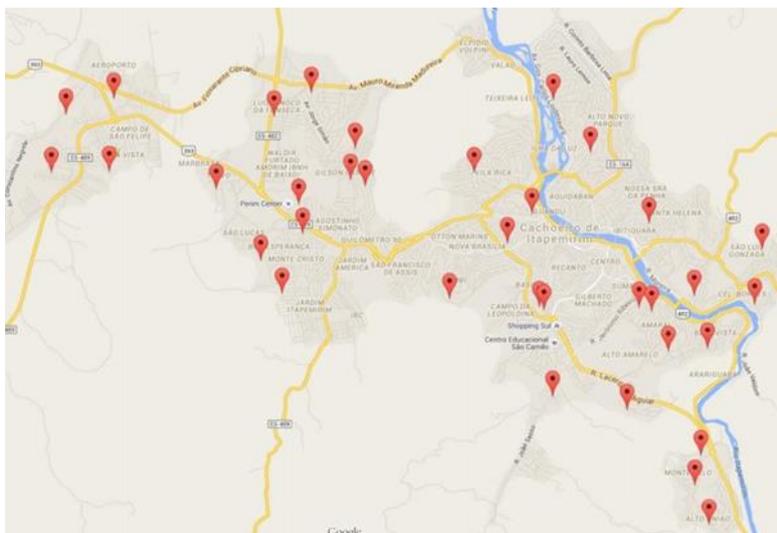
3 METODOLOGIA

O problema de localização abordado consiste em localizar as medianas para um grupo de clientes (demandas), dispersos pelas regiões do município. As medianas encontradas serão os locais aproximados para instalação das torres de rádio transmissão (facilidades). Estes locais encontrados deverão garantir a maior área de cobertura possível, conforme o raio de cobertura das antenas. Para Church e Revelle (1974), o PLMC tem como objetivo localizar 'p' facilidades de modo que a máxima população possível seja coberta dentro da distância de serviço. Uma demanda é considerada atendida se está dentro da distância de serviço de pelo menos uma facilidade. Foram utilizadas neste trabalho 84 unidades de atendimento do município entre escolas, postos de saúde e unidades administrativas diversas, dispersas na região metropolitana da cidade.

Para o cálculo das medianas utilizando AG, foi desenvolvido um algoritmo em linguagem PHP 5.6, sem a utilização de frameworks especializados. Os testes foram realizados a partir de computador com processador Core i5 1,8GHz, com 6GB de memória RAM e Sistema Operacional Windows 10. A aplicação foi desenvolvida de forma parametrizável facilitando as alterações para os diversos testes aplicados. Dentre os parâmetros considerados estão: número máximo de gerações (critério de parada), quantidade de facilidades disponíveis, taxa de mutação, taxa de crossover, uso de elitismo.

A API do Google Maps foi utilizada para leitura e captura das coordenadas geográficas dos pontos candidatos, que são lidas e armazenadas pelo algoritmo em um vetor multidimensional. Além das coordenadas geográficas, este vetor contém informações como o nome do cliente e um valor booleano para marcar se o cliente já foi atendido. No final dos cálculos, é possível visualizar os resultados da melhor solução encontrada no mapa do Google, juntamente com círculo da área de atendimento conforme o raio de cobertura da antena. A Figura 4 apresenta um exemplo de marcação dos pontos utilizando a API do Google Maps disponível na internet.

Figura 4 - Exemplo de localidades marcadas no Google Maps



Fonte: Próprio autor.

O algoritmo trabalha com base em duas matrizes: a primeira contém a listagem de todas as demandas a serem atendidas, com informações relevantes para a função de avaliação (fitness) do algoritmo - uma função matemática é utilizada para este fim. A segunda (Tabela 1) calcula a distância de um ponto com todos os outros, para todos eles. Isto permite avaliar o atendimento a demanda por uma facilidade através do parâmetro raio de cobertura. Ao final é possível validar quais pontos estão mais aptos a se tornar uma facilidade.

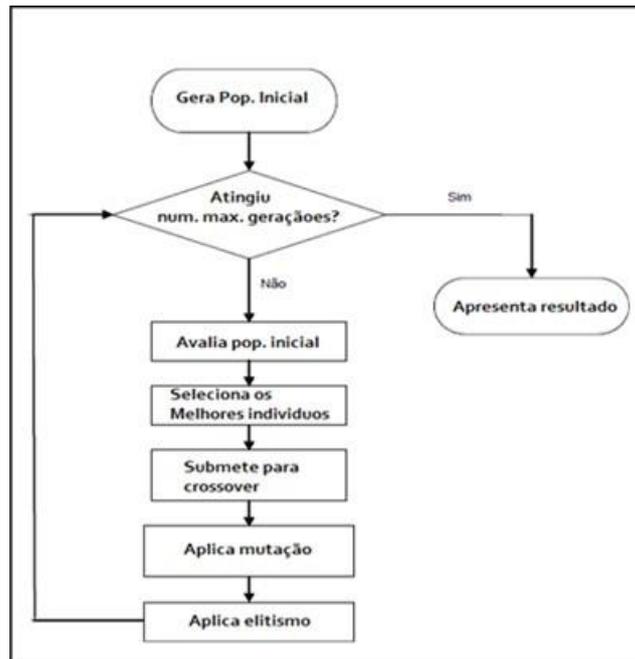
Tabela 1 - Exemplo da matriz de distâncias.

	P1	P2	P3	...	Pn
P1	0	5	7	...	P1n
P2	5	0	9	...	P2n
P3	7	9	0	...	P3n
...	0
Pn	P1n	P2n	P3n	...	0

Fonte: Próprio autor.

Na Figura 5 é apresentado o fluxograma básico do AG proposto. Conforme se pode observar, seus principais eventos são bem simples. Inicialmente é gerada uma população inicial aleatória de cromossomos de acordo com o tamanho da solução. Neste estudo, foram geradas populações de 100 indivíduos com 84 genes cada um. Este processo continua até atingir o critério de parada. Para cada nova população gerada seus indivíduos são avaliados através da função de Aptidão (fitness).

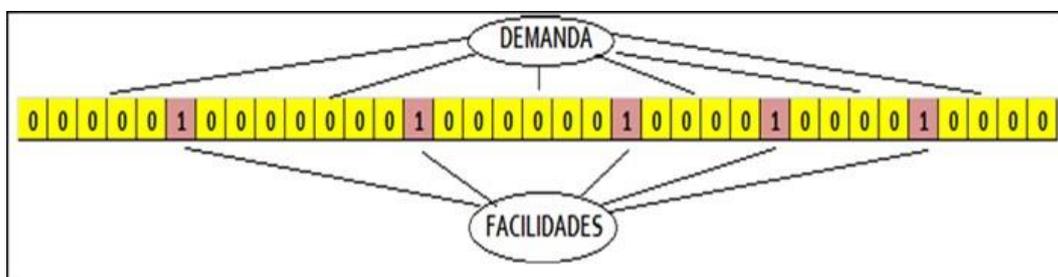
Figura 5 - Fluxograma do Algoritmo Genético (AG)



Fonte: Próprio autor.

Cada cromossomo corresponde a uma solução do problema, de acordo com o posicionamento das demandas e facilidade. Seus genes são informações binárias que correspondem a uma demanda (0) ou facilidade (1) do problema. A ordem sequencial dos genes está correlacionada à sequência da primeira matriz, identificando cada ponto. Assim, para um problema com 84 demandas e 5 facilidades, foi montado um cromossomo de 84 genes (Figura 14). O objetivo é que a cada geração o melhor indivíduo seja mantido e ao final este seja a solução de maior capacidade de atendimento. A Figura 6 apresenta uma solução para o problema em formato de cromossomo.

Figura 6 - Formato de cromossomo com seus genes

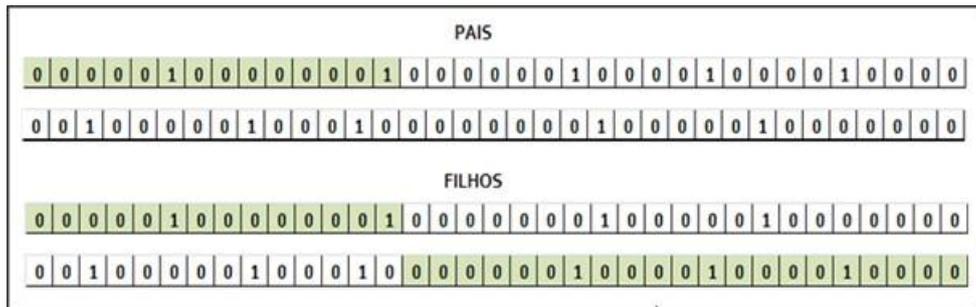


Fonte: Próprio autor.

Se o elitismo é empregado, o melhor indivíduo de cada população é mantido para a próxima geração. Além do elitismo, são empregados os operadores genéticos: cruzamento e mutação. Um exemplo de cruzamento de um ponto é apresentado na Figura 7. O mesmo consiste em pegar partes dos melhores pais para gerar novos

filhos, de acordo com a taxa de cruzamento estipulada. A taxa representa um percentual sobre o tamanho da população.

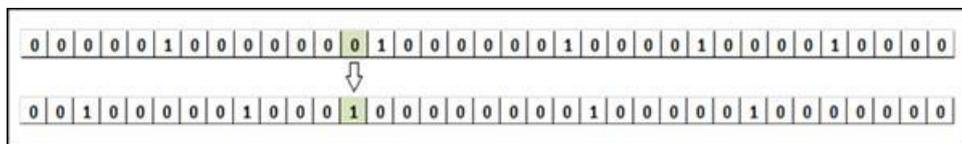
Figura 7 - Exemplo de cruzamento de 1 ponto de corte



Fonte: Próprio autor.

A mutação é a permuta de posição entre dois genes do mesmo individuo a fim de melhorar a diversidade da solução, aplicada também de acordo com uma taxa estipulada, que representa um percentual da população. Na Figura 8 apresenta-se um exemplo de mutação.

Figura 8 - Exemplo de Mutação de 1 (um) gene

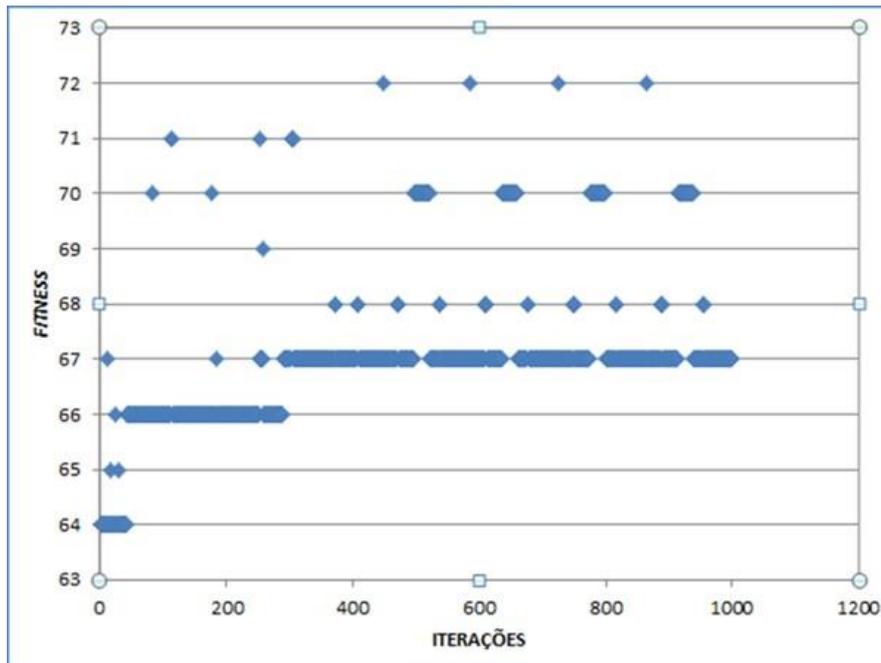


Fonte: Próprio autor.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os experimentos foram realizados utilizando AG convencional e com elitismo. O AG convencional apresentou grande variação nos resultados, e menor cobertura durante as baterias de testes, conforme apresenta a Figura 9. Foram aplicados nos testes os seguintes parâmetros: população 100 indivíduos, mutação 10%, cruzamento 70%, raio de cobertura da antena de 1,5 km e com 1.000 iterações. O tempo de processamento médio foi de 5 min aproximadamente.

Figura 9 - Algoritmo Genético (AG) aplicado sem elitismo



Fonte: Próprio autor.

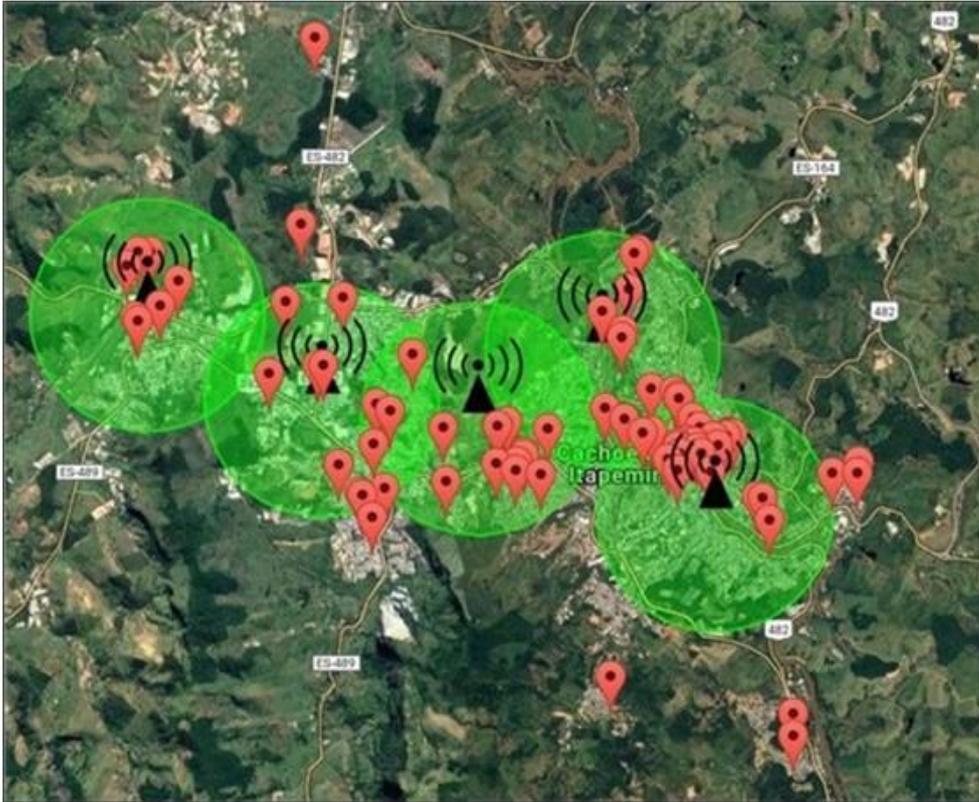
Na Tabela 2 apresenta-se os parâmetros utilizados no AG sem elitismo. A distribuição espacial das antenas pode ser vista na Figura 10.

Tabela 2 - Parâmetros utilizados no Algoritmo Genético (AG) sem elitismo

Parâmetro	Valor
Número de facilidades	5
Raio de cobertura antena	1,5 KM
Tamanho da população	100 indivíduos
Taxa mutação	10%
Taxa de crossover	70%
Número de gerações	1.000
Elitismo	Não

Fonte: Próprio autor.

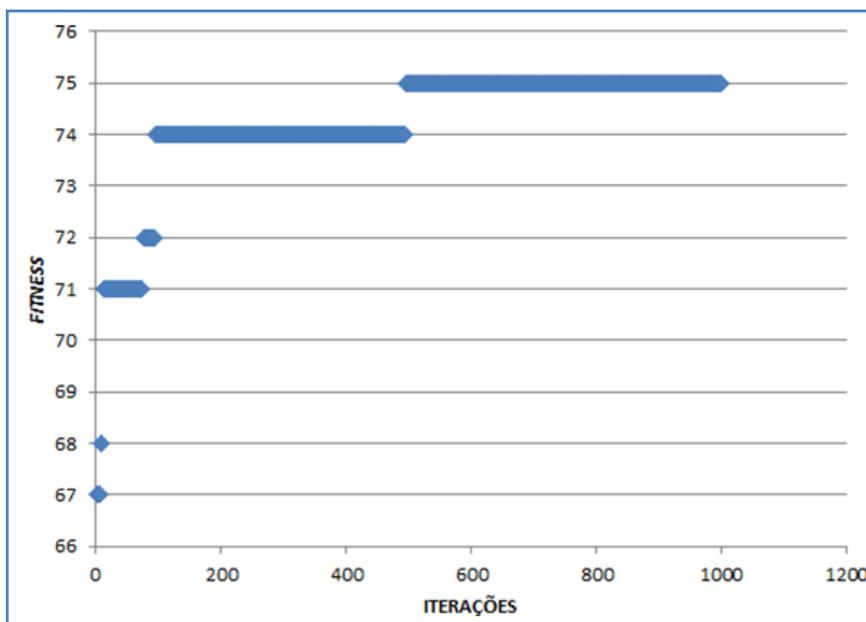
Figura 10 - Melhor solução sem aplicação de elitismo



Fonte: Próprio autor.

O AG aplicado com elitismo teve melhor desempenho, utilizando-se dos mesmos parâmetros do teste anterior. As soluções apresentadas no decorrer dos testes apresentam maior estabilidade nos resultados, atingindo maior área de cobertura. O elitismo mantém o melhor indivíduo de cada população, garantindo que a solução não irá piorar, conforme apresentado na Figura 11.

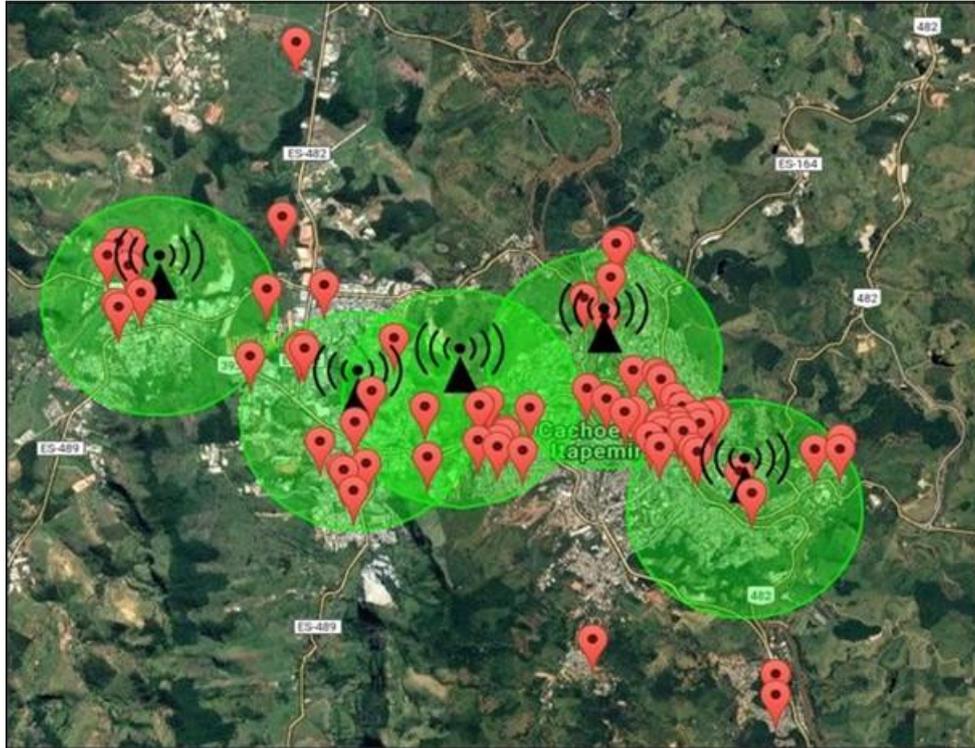
Figura 11 - Melhor solução utilizando Algoritmo Genético (AG) com elitismo



Fonte: Próprio autor.

Pode-se observar que a partir 500 iterações ele já atinge o resultado próximo ao ótimo e não consegue mais evoluir. Um dos fatores causadores deste comportamento é controle do número de facilidades, sempre após um cruzamento é possível que o cromossomo obtenha mais ou menos facilidades que o estipulado nos parâmetros genéticos, pois o ponto de cruzamento é aleatório. Neste caso o indivíduo é descartado, e o processamento continua até atingir o tamanho máximo da população. A Figura 12 apresenta uma imagem do resultado obtido em um dos testes realizados, utilizando o mapa da cidade como base.

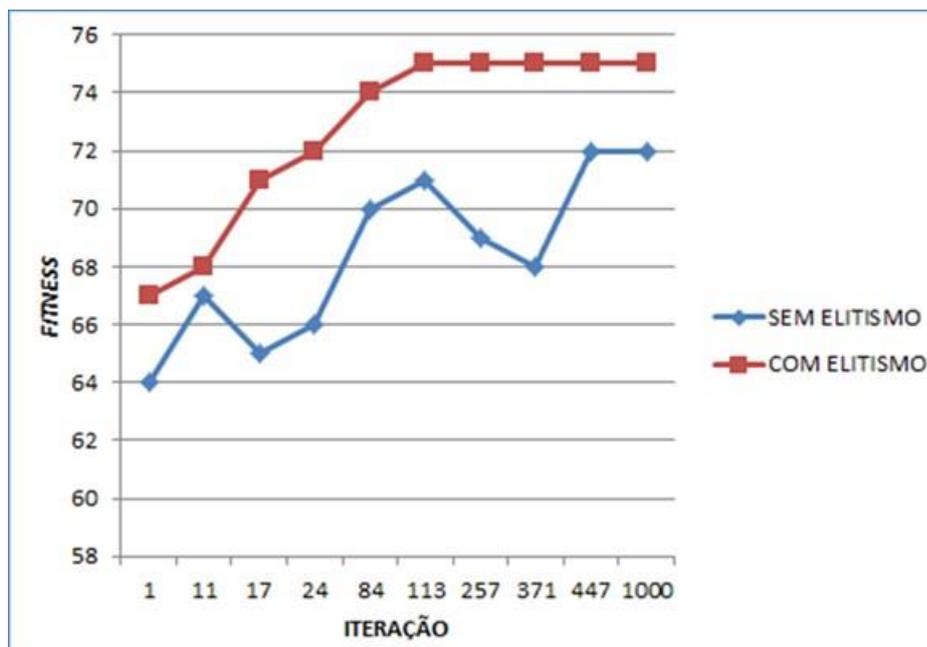
Figura 12 - Melhor solução encontrada com elitismo



Fonte: Próprio autor.

Na Figura 13 é apresentado um comparativo entre o desenvolvimento da solução utilizando AG com e sem elitismo. Pode-se observar que a solução com elitismo apresenta uma evolução constante do fitness (função de avaliação), atingindo o valor ótimo com menos iterações em relação a solução sem o elitismo. Os resultados apresentados demonstram que para este tipo de problema, o uso do AG com elitismo evolui de forma mais rápida para uma solução de melhor qualidade.

Figura 13 - Comparativo da melhor solução com e sem elitismo



Fonte: Próprio autor.

5 CONCLUSÕES

A alocação de torres de transmissão aplicando Algoritmos Genéticos apresentou índices satisfatórios mediante os testes realizados. Mesmo sendo um município com relevo muito montanhoso, as medianas se mostraram eficientes em relação aos seus posicionamentos, ficando bem próximas ao planejamento ideal. Isso mostra que em municípios de relevo menos acidentado, o aproveitamento será superior. O emprego do AG com elitismo obteve melhor resultado e mais rápido em relação ao AG convencional. Este estudo possibilita aos gestores públicos uma visão geral da distribuição espacial das cidades e os melhores locais para instalação de torres de rádio transmissão, buscando reduzir os custos de instalação. Todo o código fonte utilizado estará disponível em "https://github.com/mitmaya/ag_php". Para trabalhos futuros, pretende-se disponibilizar uma aplicação completa, integrada ao Google Maps, para cadastros de projetos com seus respectivos pontos de atendimentos.

REFERÊNCIAS

ADENSO-DIAZ, B.; RODRIGUEZ, F. A Simple search Heuristic for the MCLP: Application to the location of ambulance bases in a Rural region. **Omega, The International Journal of Management Science**, v. 25, n. 2, p. 181-187, apr. 1997.

ARROYO, J. E. C.; MARQUES, T. B.; CORTES, J. M. R. Um algoritmo genético para o problema de alocação de antenas de transmissão. In: Encontro Nacional de Engenharia de Produção, 26., 2006, Fortaleza. **Anais...** Fortaleza, CE.

BEASLEY, D.; MARTIN, R.; BULL, D. An overview of genetic algorithms: Part 1. Fundamentals. **University computing**, v. 15, p. 58-58, 1993.

CHURCH, R.; REVELLE, C. The maximal covering location problem. **Papers of the Regional Science Association**, v. 32, p. 101–118, 1974.

CHURCH, R. L.; REVELLE, C. S. Theoretical and Computational Links between the p-Median, Location Set-covering, and the Maximal Covering Location Problem. **Geographical Analysis**, v. 8, n. 4, p. 406-415, 1976.

COSTA, D. Search Algorithm for Computing an Operational Time Table. **European Journal of Operational Research**, v. 76, n. 1, p. 98-110, 1994.

DAVIS, L. **Handbook of genetic algorithms**. New York: Van Nostrand Reinhold, 385p, 1991.

GAREY, M. R.; JOHNSON, D. S. **Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP Completeness**. New York: W. H. Freeman & Co., 1979. 340 p.

GOLDBERG, D. E. **Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning**. Boston: Addison-Wesley Longman Publishing Co, 1989. 372p.

MLADENOVIC, N.; HANSEN, P. A Variable Neighborhood Search, **Computers and Operations Research**, v. 24, n. 11, p. 1097-1100, 1997.

HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. **Introdução à Pesquisa Operacional**. 8. ed. Porto Alegre: AMGH, 2013. p. 1-6.

HOLLAND, J. H. **Adaptation in natural and artificial systems: An introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence**. Oxford, England: U Michigan Press, 1975.

KHUMAWALA, B. M. An Efficient Algorithm for the p-Median Problem With Maximum Distance Constraints. **Geographical Analysis**, v. 5, n. 4, p. 309-321, 1973.

LORENA, L. A. N.; PEREIRA, M. A. A lagrangean/surrogate heuristic for the maximal covering location problem using Hillsman's edition. **International Journal of Industrial Engineering**, v. 9, n. 1, p. 57-67, 2012.

LORENA, L. A. N.; SENNE, E. L. F. Local search heuristics for capacitated p-median problems. **Networks and Spatial Economics**, v. 3, n. 4, p. 407-419, 2003.

LORENA, L. A. N.; LOPES, L. S. Genetic Algorithms Applied to Computationally Difficult Set Covering Problems. **Journal of the Operational Research Society**, v. 48, n. 4, p. 440-445, 1997

LINDEN, R. **Algoritmos Genéticos**. 2. Ed. Rio de Janeiro: Brasport, 496p, 2008.

MICHALEWICZ, Z. **Genetic algorithms + data structures = Evolution Programs**. Charlotte-USA: Ed. Springer-Verlag, 1996. 387p.

MITCHELL, M. **An introduction to genetic algorithms**. Cambridge: Mit Press. 207p.

MURRAY, A.T.; CHURCH, R. L. Applying simulated annealing to location-planning models. **Journal of Heuristics**, v. 1, n. 2, p. 31-53, 1996.

PIZZOLATO, N. D., BARCELOS, F. B. AND NOGUEIRA LORENA, L. A., School location methodology in urban areas of developing countries. **International Transactions in Operational Research**, v. 11, n. 6, p. 667-681, 2004.

RESENDE, M. G. C.; WERNECK, R. F. A Hybrid Heuristic for p-Median Problem. **Journal of Heuristics**, v. 10, n. 1, p. 59-88, 2004.

SRINIVAS, M.; PATNAIK, L. M. Genetic algorithms: a survey. **Computer**, v. 27, n. 6, p. 17-26, 1994.

VASSALO, F.R. **Manual de Antenas Receptoras para TV e FM**. Plátano Editora, Lisboa, 1979.

WHITLEY, D. A genetic algorithm tutorial. **Statistics and Computing**, v. 4, n. 2, p. 65-85, 1994.